21.（2020·浙江卷）已知直线 $y=kx+b(k>0)$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相...

则 $k=$________，$b=$________.

22.（2023·新课标Ⅱ卷）已知直线 $x-my+1=0$ 与⊙C：$(x-1)^2+y^2=4$ 交于 A，B 两点，写出满足"$\triangle ABC$ 面积为 $\frac{8}{5}$"的 m 的一个值________.

$(1,0)\ 2$

$K=-\frac{1}{-m}=\frac{1}{m}=\tan\theta.$

23.（2022·全国乙卷）过四点 $(0,0)$，$(4,0)$，$(-1,1)$，$(4,2)$ 中的三点的一个圆的方程为________.

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}r^2\sin C=2\sin C=\frac{8}{5}$

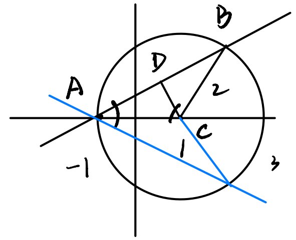
$\sin C=\frac{4}{5}$　　$\cos C=-\frac{3}{5}$ 或 $\frac{3}{5}$

$\cos^2\frac{C}{2}=\frac{1+\cos C}{2}=\frac{1}{5}$　　$\frac{1+\frac{3}{5}}{2}=\frac{4}{5}$

$d=\frac{2}{\sqrt{1+m^2}}$　　$\cos\frac{C}{2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$　　$\frac{2}{5}\sqrt{5}$

$CD=\frac{2}{5}\sqrt{5}$ 或 $\frac{4}{5}\sqrt{5}.$

$AD=$



$\tan=\frac{1}{m}$

$\cos C=\frac{8-AB^2}{8}$

$AB^2=8-8\cos C=\frac{16}{5}$ 或 $\frac{64}{5}$

$AD^2=\frac{4}{5}$ 或 $\frac{16}{5}$

$CD^2=\sqrt{4-\frac{4}{5}}=\frac{4}{\sqrt{5}}$ 或 $\frac{2}{\sqrt{5}}.$

$\frac{2}{\sqrt{1+m^2}}=\frac{2}{5}\sqrt{5}$　　$\frac{2}{\sqrt{1+m^2}}=\frac{4}{\sqrt{5}}$

$\sqrt{1+m^2}=\sqrt{5}.$　　$\sqrt{1+m^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

$1+m^2=5$　　$1+m^2=\frac{5}{4}$

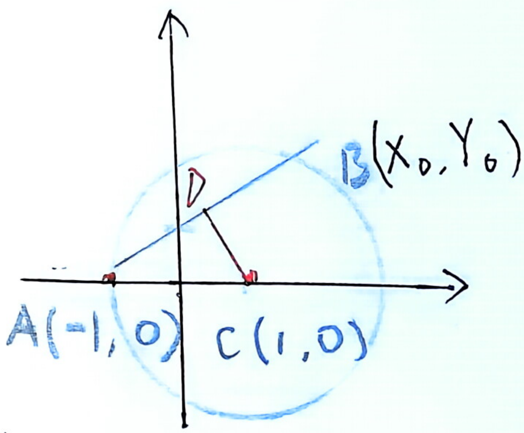
$m=\pm 2.$　　$m=\pm\frac{1}{2}$

直线与圆

高考真题 单元专题训练

22. 已知直线 $x-my+1=0$ 与 ⊙ $(x-1)^2+y^2=4$ 交于A、B两点，写出满足"ΔABC 面积为 $\frac{8}{5}$"的 m 的一个值 ____

分析：由题意知 圆C的坐标为 (1, 0)，半径 $r=2$。作图



在教材中，m即B，是圆的一般方程 y 的系数，如果直线方程与圆的方程联立解，m值求不出来。在 ΔABC 中，AC、BC = 2，是已知，题加上告诉了 ΔABC 的面积，就应当知道 $S_\Delta=\frac{1}{2}AC\cdot BC\cdot\sin\angle C=\frac{8}{5}$，由此求出 sinC 的值

知道了 sinC，要学会求 $\cos\frac{C}{2}$（2倍角公式）

要知道用余弦定理公式求 |AB| 弦长，由 Δ 面积公式求 C 点到直线的距离，CD是高，也是角平分线，由 S_Δ 的一半，可求 CD 长。为什么要求 C 点到 AB 的距离？

△ ∵求m要用到点C到直线 $x-my+1=0$ 的距离

公式 $d=\dfrac{|Ax+By+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}=CD$

A, B, C, CD 一共4个未知数，知道了3个，就可以求出第4个未知数，此题求CD，就是为了求B(即m)

解：方法一

$S\triangle ABC=\frac{1}{2}AC\cdot BC\cdot\sin\angle C=\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin C=2\sin C=\frac{8}{5}$

$\therefore\sin C=\frac{4}{5}$

$\boxed{\text{方法二：}\because\sin\angle C=\frac{4}{5}\text{是特殊角，可知}\cos\angle C=\frac{3}{5}}$

因为要求∠C的半角，设 $\frac{1}{2}\angle C=\theta$

$\therefore\sin C=\sin2\theta=2\sin\theta\cos\theta=\frac{4}{5}$

可得 $\dfrac{2\sin\theta\cos\theta}{\sin^2\theta+\cos^2\theta}=\dfrac{4}{5}$，分子分母同除以 $\cos^2\theta$ 后

得 $\dfrac{2\tan\theta}{\tan^2\theta+1}=\dfrac{4}{5}$，$\underline{4\tan^2\theta}-10\tan\theta+4=0$

化简后 $2\tan^2\theta-5\tan\theta+2=0$

求根公式 $\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\dfrac{5\pm\sqrt{9}}{2\times2}=$

$\tan\theta=\dfrac{5+3}{4}=\cancel{\frac{1}{2}}2$，$\tan\theta=\dfrac{5-3}{4}=\dfrac{1}{2}$

~~则 $\cos\theta=\dfrac{\sin\theta^4}{\tan\theta}=$~~

把 $\tan\theta = \frac{1}{2}$ 或 2 分别代入

$\sin\angle C = \sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta = \frac{4}{5}$ (因为要求 $\cos\theta$ 的值

把 $2\sin\theta\cos\theta = \frac{4}{5}\cos^2\theta$ 等号两边除以 $\cos^2\theta$

得 $2\tan\theta\cancel{\cos\theta} = \frac{4}{5\cos^2\theta} = 2\times\frac{1}{2}\cos\theta = \frac{4}{5\cos\theta}$

$5\cos^2\theta = 4 \longrightarrow \cos\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ 和 $20\cos^2\theta = 4$

$\longrightarrow \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

~~代入~~ 在 $\triangle ACD$ 中, $\cos\theta = \frac{DC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ 或 $\frac{2}{\sqrt{5}}$

$|DC| = AC\cdot\cos\theta = 2\times\frac{1}{\sqrt{5}}$ 或 $2\times\frac{2}{\sqrt{5}}$, 得 $\frac{2}{\sqrt{5}}$ 和 $\frac{4}{\sqrt{5}}$

把 $|DC| = \frac{2}{\sqrt{5}}$ 和 $\frac{4}{\sqrt{5}}$ 分别带入点到直线的距离公式 $d = \frac{|Ax+By+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$ 中 $\longrightarrow x-my+1=0$

把 $C(1,0)$ 代入 x 与 y

得 $\frac{|1\times1+m\times0+1|}{\sqrt{1^2+m^2}} = \frac{2}{\sqrt{1+m^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

得: $\frac{4}{1+m^2} = \frac{4}{5} \longrightarrow m = \pm 2$

$\frac{2}{\sqrt{1+m^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}} \longrightarrow m = \pm\frac{1}{2}$

方法二：

由 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\cdot AC\cdot BC\cdot \sin\angle ACB=\frac{8}{5}$

可知 ~~$\sin\angle B=1$~~ $\sin\angle C=\frac{4}{5}$，(特殊角)

$\therefore$ ~~sin~~ $\cos\angle C=\frac{3}{5}$， $\because \angle ACB\in(0,\pi)$

$\therefore \cos\angle C=\pm\frac{3}{5}$

由余弦定理 $\cos\angle ACB=\dfrac{|AC|^2+|BC|^2-|AB|^2}{2\cdot AC\cdot BC}=\pm\frac{3}{5}$

$|AB|^2=|AC|^2+|BC|^2-\frac{6}{5}AC\cdot BC\cdot\cancel{\cos\angle C}$

$=4+4-2\times 2\times \frac{6}{5}\times\cancel{(+\frac{3}{5})}=+\frac{3}{5}$

$=8-\frac{24}{5}=\frac{16}{5}$

$AB=\frac{4}{\sqrt5}$

当 $\cos\angle C=(-\frac{3}{5})$ 时 $|AB|^2=8+\frac{24}{5}=\frac{64}{5}$

$AB=\frac{8}{\sqrt5}$

此解是求弦长 $|AB|$． 弦长的一半 $=\frac{1}{2}|AB|$

弦长 ≤ 4， $\frac{1}{2}|AB|\leq 2$

由 $|AC|^2-|AD|^2=|DC|^2$ 求出 DC

总结：

1、本题关键是求出点C到直线的距离，然后求解直线方程的参数m。

2、要用到正弦角的二倍角公式，半角的正弦值不等于倍角正弦值的一半，即 $\sin\angle\frac{C}{2}\neq\frac{1}{2}\sin C$

3、思维路线是由 $\sin\angle C\rightarrow\sin\frac{C}{2}\rightarrow\tan\frac{C}{2}\rightarrow\cos\frac{C}{2}$

△ 4、做题要动脑筋，看例题也要动脑筋，本题为什么要进行三角变换？变换的目的是什么？怎么变换？搞清内在逻辑，该记忆的步骤要熟记。这要成为思维习惯，运用到数理化中去。培养思维能力和解题能力，不要光是顺向思维，只知要这么，不知为什么。为什么要求点到直线距离？含参数的圆的方程，是怎样求出参数的？

5、每一种题型都这样做，练出它的解题思路（规律）来，要学会一道题，会做一类题，这样就减轻负担了。

如教材上圆的例5，目的是学会对圆建系.